

Урок №1

СИСТЕМИ АЛГЕБРАЇЧНИХ РІВНЯНЬ

Декілька рівнянь з двома змінними x, y утворюють *систему*, якщо ставиться задача про відшукування всіх таких пар (x, y) , які задовольняють кожному із заданих рівнянь. Кожна така пара називається *розв'язком системи*. Розв'язати систему – означає знайти всі її розв'язки. Множина розв'язків системи може бути і порожньою – в такому випадку говорять, що система немає розв'язків, або говорять, що система несумісна.

Декілька систем рівнянь з двома змінними x, y утворюють *сукупність систем*, якщо ставиться задача про відшукування таких пар (x, y) , кожна з яких задовольняє що найменше одній із заданих систем. Кожна така пара називається *розв'язком сукупності систем*.

Теоретичні відомості.

Теорема 1.

Система рівнянь

$$\begin{cases} F(x; y) = G(x; y), \\ y = f(x). \end{cases}$$

рівносильна системі

$$\begin{cases} F(x; f(x)) = G(x; f(x)), \\ y = f(x). \end{cases}$$

Теорема 2.

Система рівнянь

$$\begin{cases} F_1(x; y) = G_1(x; y), \\ F_2(x; y) = G_2(x; y). \end{cases} \quad (1)$$

рівносильна кожній із наступних систем

$$\begin{cases} F_1(x; y) + F_2(x; y) = G_1(x; y) + G_2(x; y), \\ F_1(x; y) = G_1(x; y); \end{cases}$$

$$\begin{cases} F_1(x; y) + F_2(x; y) = G_1(x; y) + G_2(x; y), \\ F_2(x; y) = G_2(x; y); \end{cases}$$

$$\begin{cases} F_1(x; y) - F_2(x; y) = G_1(x; y) - G_2(x; y), \\ F_1(x; y) = G_1(x; y); \end{cases}$$

$$\begin{cases} F_1(x; y) - F_2(x; y) = G_1(x; y) - G_2(x; y), \\ F_2(x; y) = G_2(x; y); \end{cases}$$

$$\begin{cases} F_1(x; y) + F_2(x; y) = G_1(x; y) + G_2(x; y), \\ F_1(x; y) - F_2(x; y) = G_1(x; y) - G_2(x; y). \end{cases}$$

Теорема 3.

Система

$$\begin{cases} F_1(x; y) \cdot F_2(x; y) = G_1(x; y) \cdot G_2(x; y), \\ F_1(x; y) = G_1(x; y). \end{cases}$$

є наслідком системи (1).

Теорема 4.

Якщо в множину розв'язків рівняння

$$F_2(x; y) = G_2(x; y),$$

системи (1) не входить така пара (x, y) , при яких обидві частини цього рівняння перетворюються в нуль, то система (1) рівносильна системі

$$\begin{cases} \frac{F_1(x; y)}{F_2(x; y)} = \frac{G_1(x; y)}{G_2(x; y)}, \\ F_1(x; y) = G_1(x; y). \end{cases}$$

Означення 1.

Однорідним многочленом від двох змінних x, y називається многочлен виду

$$\alpha_0 x^n + \alpha_1 x^{n-1} y + \alpha_2 x^{n-2} y^2 + \alpha_{n-1} x y^{n-1} + \alpha_n y^n,$$

де α_i ($i=0,1,\dots,n$) – деякі дійсні числа.

Означення 2.

Симетричним многочленом від двох змінних x, y називається многочлен, який не змінюється при заміні x на y і y на x .

Дайте відповіді на питання:

- 1) Які способи розв'язування систем з двома змінними вам відомі?
- 2) Дайте означення однорідного многочлена від двох змінних
- 3) Дайте означення симетричного многочлена від двох змінних